Det Kgl. Danske Videnskabernes Selskab.
Historisk-filologiske Meddelelser. **XXVI**, 2.

ÜBER EINE METHODE ZUR DISTANZBESTIMMUNG ALEXANDRIA — ROM BEI HERON

VON

O. NEUGEBAUER

MIT 5 TAFELN

KØBENHAVN
LEVIN & MUNKSGAARD
EJNAR MUNKSGAARD
1938

Det Kgl. Danske Videnskabernes Selskab udgiver følgende Publikationer:

Oversigt over Det Kgl. Danske Videnskabernes Selskabs Virksomhed,
Historisk-filologiske Meddelelser,
Filosofiske Meddelelser,
Archæologisk-kunsthistoriske Meddelelser,
Mathematisk-fysiske Meddelelser,
Biologiske Meddelelser,
Skrifter, historisk og filosofisk Afdeling,
Skrifter, naturvidenskabelig og mathematisk Afdeling.

Selskabets Kommissionær er *Levin & Munksgaard,* Nørregade 6, København.

Det Kgl. Danske Videnskabernes Selskab.
Historisk-filologiske Meddelelser. **XXVI,** 2.

ÜBER EINE METHODE ZUR DISTANZBESTIMMUNG ALEXANDRIA — ROM BEI HERON

VON

O. NEUGEBAUER

MIT 5 TAFELN

KØBENHAVN
LEVIN & MUNKSGAARD
EJNAR MUNKSGAARD
1938

Printed in Denmark.
Bianco Lunos Bogtrykkeri A/S.

Ἵππαρχος ... διδάσκει, ὅτι παντί, καὶ ἰδιώτῃ καὶ τῷ φιλομαθοῦντι, τῆς γεωγραφικῆς ἱστορίας προσηκούσης ἀδύνατον μεταλαβεῖν ἄνευ τῆς τῶν οὐρανίων καὶ τῆς τῶν ἐκλειπτικῶν τηρήσεων ἐπικρίσεως.

Strabo, Geographie, I, 1, 12.

1. In Kap. 35 seiner »Dioptra« behandelt Heron von Alexandria die Aufgabe, »auch die Grösse des Weges zwischen zwei Breiten (*μεταξὺ δύο κλιμάτων*) zu bestimmen, wenn Inseln und Meere und vielleicht unwegsame Terrainstrecken auf denselben fallen«[1], wenn also die früher geschilderten Methoden durch optische Triangulation oder direkte mechanische Messung nicht mehr anwendbar sind. Er behandelt als Beispiel die Aufgabe, »den Weg zwischen Alexandria und Rom auf gerader Linie oder genauer auf der Peripherie eines der grössten Kreise der Erde zu messen, wofür vorausgesetzt wird, dass der Umfang der Erde 252000 Stadien beträgt, wie der vor andern durch Genauigkeit auf diesem Gebiete ausgezeichnete Eratosthenes in der »Über die Messung der Erde« betitelten Schrift zeigt«[1].

Der Herausgeber und Übersetzer H. Schöne bemerkt zu diesem Kapitel[2]: »Für dieses schwierige und stark verderbte Kapitel, zu dessen Verständnis noch vieles fehlt, konnte eine genügende Figur nicht gegeben werden«. Ich glaube nun diese Lücke schliessen zu können und damit Herons Schilderung verständlich zu machen, die uns einen reizvollen Einblick in die mathematische Geographie seiner Zeit vermittelt.

[1] Dioptra p. 303.

[2] Dioptra p. 303 Anm. 1.

Den Schlüssel für das Verständnis bildet die Bemerkung, dass Heron abwechselnd an *zweierlei* (in den Handschriften nicht erhaltenen) Figuren operiert, oder besser einerseits an einer Konstruktionszeichnung, einem sog. »Analemma«, und andererseits an einem räumlichen Modell (hohle Halbkugel), das natürlich in der ursprünglichen Handschrift auch bildlich dargestellt war[3]. Der eine Bestandteil, das sog. »Analemma«, ist uns auch sonst aus der antiken Astronomie bekannt, nämlich durch Vitruv (um 0) und durch Ptolemäus (um 150 n. Chr.). Das Ptolemäische Analemma ist eine systematisch ausgestaltete Behandlungsweise gewisser räumlicher sphärischer Koordinaten mit Methoden, die man heute zur »Darstellenden Geometrie« rechnet[4]. Für unsere Zwecke reicht bereits eine einfache Teilkonstruktion aus, die schon Vitruv schildert und an die ich zunächst erinnern muss, weil sie von Heron genau in diesem Umfang benutzt wird.

[3] Wie eine solche Darstellung ausgesehen haben mag, lässt sich aus analogen Figuren z. B. bei Euklid, Phänomena oder Theodosius, De hab. noch mit ziemlicher Sicherheit rekonstruieren. Ich habe eine solche Rekonstruktion am Schluss (Fig. 5) skizziert, wobei ich die Figuren Theodosius, De hab. p. 28, und Euklid, Phänomena p. 14, als Vorbild benutzt habe. Unsicher ist dabei eigentlich nur, ob der Bogen $A'\Gamma'$ nicht eine mehr gedrehte Lage einnahm, so dass A' noch in das Innere des Horizontes $AB\Gamma\Delta$ fällt. Da aber am Schluss gerade der Fall diskutiert wird, dass A' über diesen Horizont hinausfällt (s. u. S. 17 ff.), schien es mir vorteilhaft, gerade diese Lage zu zeichnen. Ebenso ist natürlich nicht sicher, ob die beiden Wendekreise eingezeichnet waren; ihre ausdrückliche Erwähnung (s. u. S. 8 f.) macht es aber wahrscheinlich, dass sie beide in der Figur enthalten waren, oder besser: weil man gewohnt war, sie in den Figuren einzuzeichnen, werden sie im Text erwähnt, obwohl sie bei dem räumlichen Modell gar nicht vollständig auftreten können, und auch gar nicht gebraucht werden. Bezüglich der Beschriftung s. u. S. 18; wie in unsern Editionen meist üblich habe ich grosse Buchstaben gewählt.

[4] Vgl. Ptolemäus, opera II p. 187 ff. sowie auch Almagest Buch II Kap. 5. Eine gute moderne Darstellung mit Hinweisen auf die Literatur gibt Luckey [1]. Für die Beziehungen zur arabischen Theorie der Sonnenuhren vgl. Luckey [2].

2. »*Analemma*« ist bereits bei Vitruv ein nicht weiter erklärter terminus technicus für die sogleich zu schildernde Konstruktion, die wir etwa als »Aufriss« bezeichnen könnten.

Das »κλίμα«, d. h. die »Neigung« oder »Schiefe«[5] des Horizontes eines Ortes (im Gegensatz zur »geraden« Lage des Horizonts am Aequator[6]) kann folgendermassen bestimmt werden: man errichtet senkrecht zum Horizont einen Schattenstab (»Gnomon«) und misst an den Aequinoctien das Verhältnis von Länge des Gnomons zur Länge des Mittagsschattens. So gibt Vitruv u. a. für Rom das Verhältnis 9 : 8, für Alexandrien 5 : 3 an[7]. Zeichnet man in der durch Gnomon und Schatten bestimmten Ebene die Verbindungslinie von der Gnomonspitze zum Schattenende, so gibt diese Richtung (»radius aequinoctialis«[8]) nicht nur den Mittagsstrahl in den Aequinoctien, sondern kann zugleich als Schnittlinie zwischen Meridianebene und Aequator aufgefasst werden, denn dieser Strahl gehört beiden Ebenen an. Zeichnen wir also um die Gnomonspitze einen Kreis, etwa mit dem Gnomon als Radius (so tut es Vitruv, wesentlich ist diese Festsetzung aber nicht), so repräsentiert die Gnomonspitze den Mittelpunkt der Welt, der Kreis den Meridian, während der Aequinoctial-Strahl die Lage des Aequators angibt (NF in Fig. 1). Der dazu senkrechte Durchmesser RQ gibt die Achse der Welt (Vitruv[9]: »axon«), die Parallele ED zur Schattenrichtung durch den Mittelpunkt A den Horizont. Nehmen wir mit Vitruv der Einfachheit

[5] Vitruv p. 215, 7: »declinatio caeli, quae est Romae«.

[6] Dieser Fall ist der der ὀρθὴ σφαίρα = »sphaera recta« im Gegensatz zur σφαίρα ἐγκεκλιμένη = »sphaera obliqua«.

[7] Vitruv p. 215, 6 ff.

[8] Vitruv p. 216, 1.

[9] Vitruv p. 216, 24.

halber an, dass die Schiefe der Ekliptik 24° betrage[10], so können zwei um diesen Winkel gegen den Aequator geneigte Durchmesser LH und MG als Schnittlinien der Ekliptik mit dem Meridian aufgefasst werden. Die zum Aequator NF parallelen Sehnen LG bzw. MH sind also die Schnittlinien der Wendekreise mit dem Meridian. Zeichnen wir z. B. über der Sehne LG einen Halbkreis (Mittelpunkt O), so können wir diesen als die Umklappung des Sommerwendekreises um seinen Durchmesser LG in die Meridianebene ansehen. Die zu LG im Schnittpunkt S mit dem Horizont errichtete Senkrechte SV ist also die Umklappung der Schnittlinie des Sommerwendekreises mit dem Horizont[11]. Somit ist der Bogen LV die Länge des halben Tagbogens zur Zeit der Sommerwende. Gleichzeitig ist durch LAHK die Richtung des steilsten, durch MAGI die Richtung des schrägesten Mittagsstrahles gegeben, wenn man den Radius AB wieder als Gnomon auffasst, jedoch werden wir von dieser Anwendung des Analemma keinen Gebrauch zu machen haben.

Damit ist die Figur, die Vitruv beschreibt, fast ganz erledigt. Er sagt nur noch zum Schluss, dass um F mit dem Radius FH der »Monatskreis« (circulus menstruus, qui menaeus dicitur[12] — also wohl von einem *μηνιαῖος κύκλος*) gezogen werden solle. Offenbar soll mit Hilfe dieses Kreises die Sonnenbahn bzw. die Schattenlänge für

[10] Vitruv p. 216, 7. Diese Normierung ist auch sonst häufig; z. B. Proclus, Hypotyp. p. 206, 7.

[11] Wenn ich Vitruvs Text richtig verstehe, wird *diese* Sehne (und TX für die Winterwende) als »locothomus« bezeichnet (Vitruv p. 217, 2 bis 7), nicht aber die Sehne GH, wie es z. B. Drecker [1] S. 2 E tut. Ich möchte annehmen, dass »locothomos« von einem *λοξοτόμος* »schiefer Schnitt« (sc. mit dem Horizont) herzuleiten ist. Heron nennt TX »*δίορον*« (s. u. S. 11).

[12] Vitruv p. 217, 11 f.

einen beliebigen Zeitpunkt des Jahres ermittelt werden können. Wie dies zu geschehen hat, ist noch aus der späteren gnomonischen Literatur zu entnehmen[13]. Vitruvs Angabe erweist sich dabei als nicht ganz korrekt, denn der Radius des »Monatskreises« darf nicht FH sein, sondern ΦH (vgl. Fig. 2), wo Φ den Halbierungspunkt der Sehne GH darstellt. Dann lässt sich leicht folgendes zeigen: ist λ die vom Frühlingspunkt an gemessene Länge der Sonne und rechnet man λ auf dem Monatskreis wie in Fig. 2 angegeben[14], so braucht man nur von dem Endpunkt Σ' des Bogens λ eine Parallele F_1N_1 zum Aequator FN zu ziehen, um die Lage der Sonnenbahn für jenen Tag zu erhalten, der der Sonnenlänge λ (und $180 - \lambda$) entspricht (N_1A ist dann die Richtung des Mittagsstrahles für diesen Tag).

Der Beweis dieser Behauptung lässt sich sehr einfach führen[15]. Man klappt die Ekliptik um ihren Durchmesser LH in die Meridianebene um (vgl. Fig. 2). Der Frühlingspunkt ♈ als Schnittpunkt zwischen Aequator und Ekliptik fällt dann offenbar in den Endpunkt des zu LH senkrechten Durchmessers. Ist also Σ ein Sonnenort der Länge λ, so muss der zugehörige Tageskreis einen Durchmesser N_1F_1 haben, der durch die Projektion Σ_1 von Σ geht. Ist ϱ der Radius des grossen Analemmakreises, so ist also $A\Sigma_1 = \varrho \sin\lambda$ und somit der Abstand AO_1 der Sehne N_1F_1 von dem Durchmesser NF durch

$$AO_1 = \varrho \cdot \sin\varepsilon \cdot \sin\lambda$$

gegeben, wenn ε die Schiefe der Ekliptik bezeichnet. Nun ist aber der Radius ΦG des Monatskreises durch $\varrho \sin\varepsilon$ gegeben, also ist

[13] Vgl. dazu Drecker [1] S. 2 E.

[14] Die richtige Figur findet sich bereits bei Rode S. 217.

[15] Ganz ähnlich bereits Drecker [1] S. 2 E.

$$\Phi \Sigma_1' = \varrho \cdot \sin \varepsilon \cdot \sin \lambda.$$

Somit ist schliesslich

$$\Phi \Sigma_1' = AO_1$$

w. z. b. w.

Damit ist also gezeigt, dass das Vitruvsche Analemma die Aufgabe zu lösen gestattet, zu jeder beliebigen Stellung der Sonne in der Ekliptik die Länge des zugehörigen Tagebogens zu bestimmen. Dies gilt für jede geographische Breite, für die die Länge des Mittagsschattens für die Aequinoctien bekannt ist.

3. Wir wenden uns nun Herons Behandlung der Aufgabe zu, den Bogenabstand Alexandria—Rom zu bestimmen. Er nimmt an, dass von beiden Orten aus dieselbe Mondfinsternis beobachtet worden sei, z. B. in Alexandria um die 5-te Nachtstunde, in Rom um die dritte Nachtstunde[16]. Ferner wird angenommen, dass die Beobachtung 10 Tage vor dem Frühjahrsaequinoctium stattgefunden habe.

Wir gehen nun zur schrittweisen Diskussion von Herons Beschreibung[17] der nun vorzunehmenden Konstruktionen über. Die folgenden Textabschnitte geben, der Reihe nach aneinandergefügt, den vollständigen Text.

ἔστω δὴ ἡμᾶς εἶναι ἐν Ἀλεξ-ανδρείᾳ· καὶ ἐγκείσθω ⁵ κοῖλον ἡμισφαίριόν τι διὰ τῶν τροπι-κῶν καταγράφειν πρὸς τὸ ἐν Ἀλεξανδρείᾳ κλίμα.	Es werde angenommen, dass wir in Alexandria seien; es sei die Aufgabe eine hohle Halbkugel durch die Wendekreise zu zeichnen für die Breite von Alexandria.

[16] Dass die simultan beobachtbaren Mondfinsternisse die wichtige Rolle von Zeitsignalen spielen, kann man mehrfach in der antiken Astronomie feststellen. Vgl. z. B. Almagest I Anfang von Kap. 4. Bei Heron handelt es sich aber nur um eine fingierte Zeitdifferenz, denn tatsächlich beträgt diese nur $5/4$ Stunden und nicht 2 Stunden wie Heron annimmt. Vgl. auch u. S. 22.

[17] Dioptra p. 304, 4 ff.

Diese Einleitungsworte hat man wohl so zu verstehen, dass tatsächlich eine hohle Halbkugel angefertigt werden soll[18], deren berandender Kreis den Horizont von Alexandria vorstellt (vgl. Fig. 3[19]). Zu sagen, die Halbkugel solle durch den Horizont von Alexandrien und durch die beiden (!) Wendekreise gehen, kann kaum etwas anderes sein als eine etwas umständliche Umschreibung dafür, dass die Halbkugel das halbe Himmelsgewölbe repräsentieren solle (vgl. auch Anm. 3 Schluss).

καὶ ἔστω αὐτοῦ ὁ περὶ τὸ χεῖλος κύκλος ὁ ΑΒΓΔ· μεσημβρινὸς δὲ ἐν αὐτῷ ἔστω ὁ ΒΕΖΗ⟨Δ⟩· ἰσημερινὸς δὲ ὁ ΑΗΓ· πόλος δὲ τῶν παραλλήλων ὁ Ε· τοῦ δὲ περὶ τὸ χεῖλος τοῦ ἡμισφαιρίου πόλος ὁ Ζ.

Es sei nun der sie berandende Kreis der (Kreis) ΑΒΓΔ; der Meridian in ihr sei der (Halbkreis) ΒΕΖΗΔ; der Aequator sei der (Halbkreis) ΑΗΓ; ein Pol der Parallelkreise sei der (Punkt) Ε; ein Pol des Randes der Halbkugel sei der (Punkt) Ζ.

Aus Fig. 3 (bzw. Fig. 5) ist die Lage der genannten Punkte ohne weiteres zu ersehen. Für die Einzeichnung der Lage des Aequators ist bereits ein Analemma nötig, mit dessen Hilfe aus der Aequinoctial-Schattenlänge $\frac{3}{5}$ von Alexandrien (s. o. S. 5) die Neigung des Aequators gegen den Horizont konstruiert werden kann (s. Fig. 1). Dies wird aber als selbstverständlich nicht erwähnt; nur später heisst es (s. u.

[18] Man denke an die als *σκάφη* (= *πόλος*?) bezeichneten Sonnenuhren. Vgl. z. B. Drecker [1] S. 21 E ff.

[19] Ich habe in Fig. 3 eine korrekte Darstellung (in orthogonaler Axonometrie) gezeichnet unter genauer Berücksichtigung der Analemmata von Rom und Alexandrien und der Heronschen Annahmen. Nur für den Sonnenort habe ich nicht $\lambda = -10$ gewählt, wie es nach Herons Beispiel geschehen müsste, sondern $\lambda = -50$, damit der Parallelkreis ΘΚΛ deutlich genug vom Aequator ΑΗΓ verschieden ist.

S. 11), dass nun »auch« das Analemma von Rom gezeichnet werden solle.

Die im folgenden Abschnitt vorzunehmende Konstruktion verlangt auch noch die Benutzung des »Monatskreises« (s. o. S. 6 f.).

καὶ ἐντετάχϑω ὁμοταγὴς τῷ κύκλῳ τῷ καϑ' ὃν φέρεται ἐν τῇ εἰρημένῃ νυκτὶ ὁ ἥλιος ὥρας πέμπτης, τότε μὲν ἀπέχων ἀπὸ ἰσημερίας ἐαρινῆς καὶ ἐπὶ τροπὰς χειμερινὰς ἡμέρας ι, καὶ ἔστω ὁ ΘΚΛ· καὶ διῃρήσϑω ἡ ΘΚΛ περιφέρεια εἰς τὰς 15 *ιβ· καὶ ἔστω τούτων ἡ πέμπτη ἡ ΘΜ, ἐπειδήπερ πέμπτης ὥρας ἡ ἔκλειψις ἐτηρήϑη ἐν Ἀλεξανδρείᾳ· ἔσται ἄρα τὸ Μ ὁμοταγὲς τῷ πρὸς ὃ ἦν ὁ ἥλιος τῆς ἐκλείψεως γενομένης.*

Nun werde auf dem Kreise, auf dem sich die Sonne in dieser Nacht bewegt, die Stelle bezeichnet, welche sie in der fünften Stunde einnimmt, wobei sie von der Frühlingsnachtgleiche gegen die Winterwende hin 10 Tage entfernt ist, und dies sei der (Kreis) ΘΚΛ; und es werde der Bogen ΘΚΛ in 12 (Teile) zerlegt[20]; und von diesen sei der fünfte der (Bogen) ΘΜ, denn um die fünfte Stunde wurde die Finsternis in Alexandria beobachtet; also wird Μ der Punkt sein, der demjenigen entspricht, an dem sich die Sonne bei Eintritt der Finsternis befand.

Das Ziel dieser Konstruktion ist die Auffindung des Sonnenortes. Dazu wird der Nachtbogen ΘΚΛ des betreffenden

[20] Schönes Übersetzung (p. 305, 16 f.) »Dieser Kreis sei ΘΚΛ, sein Umfang werde in 12 Teile zerlegt« führt in die Irre. Nur der Nachtbogen, nicht der ganze Kreis, soll in 12 Teile zerlegt werden. Man beachte den Wechsel zwischen *ὁ ΘΚΛ (κύκλος)* und *ἡ ΘΚΛ περιφέρεια*. (Bei Schöne p. 304, 14 ist übrigens *Δ* nur Druckfehler für *Λ*, wie seine Übersetzung zeigt.)

Tages in die den 12 temporären Stunden jener Nacht entsprechenden Teile geteilt und bei der fünften von ihnen der Punkt M bezeichnet. Dies ist nach Voraussetzung (s. S. 8) der Augenblick der Mondfinsternis. Wie man aus dieser Konstruktion ersieht, repräsentiert die Halbkugel den unter dem Horizont gelegenen, also für Alexandrien unsichtbaren Teil der Himmelskugel. Z ist also der »Nadir« von Alexandrien, E der Südpol der Welt.

Nun beginnt der zweite Teil der Konstruktion. Wir verlassen zunächst die räumliche Halbkugel und konstruieren ein ebenes Analemma von Rom (Fig. 4) und werden erst später die gefundenen Grössen wieder in die räumliche Figur eintragen.

καὶ γεγράφθω δὲ καὶ τὸ διὰ Ῥώμης ἀνάλημμα, ἐν ᾧ ἐγγεγράφθω καὶ ὁ ἡμερήσιος κύκλος ὁ ὁμοταγὴς τῷ ΘΚΛ.	Es werde nun auch das Analemma von Rom gezeichnet, in welches auch der Tageskreis eingetragen werden soll, der dem Kreis ΘΚΛ entspricht.

Wie dies mit Hilfe des »Monatskreises« geschieht, wissen wir bereits aus der Diskussion des Vitruvschen Analemmas (s. o. S. 6 f.). Nun kommt die nähere Beschreibung dieses Analemmas (vgl. Fig. 4):

καὶ ὁρίζοντος μὲν διάμετρος ἡ ΝΞ· γνώμων ⟨δὲ⟩ ὁ ΟΠ· ἡ δὲ τοῦ ἡμερησίου διάμετρος ἡ ΡΣ· δίορον δὲ ἡ ΤΥ.	Der Durchmesser des Horizonts sei ΝΞ, der Gnomon ΟΠ, der Durchmesser des Tageskreises ΡΣ, die Grenzlinie (von Tag und Nacht) ΤΥ.

Der Gnomon ΟΠ wird nur der Vollständigkeit halber erwähnt; gebraucht wird er weiterhin nicht. So erklärt sich auch, dass der Punkt Π später noch eine andere Bezeichnung (Ω) bekommt. Im Übrigen wird hier genau die Umklappung vorgenommen, die wir von Vitruv her kennen. Dem »*δίοϱον*« entspricht dort der »locothomus«[21].

καὶ οἵων ἐστὶν ἡ ΥΦΣ περιφέρεια ἡμερησίων ὡρῶν ς, τοιούτων ὡρῶν ἡ ΥΦ γ, ἐπειδήπερ ἡ τήρησις ἐν Ῥώμῃ γεγένηται ὥρας γ.	Und von den Stunden, von denen der Bogen ΥΦΣ des Tageskreises 6 enthält, betrage der (Bogen) ΥΦ 3, denn die Beobachtung ist in Rom zur 3-ten Stunde erfolgt.

Wie früher für Alexandrien wird jetzt für Rom die Länge einer Nachtstunde bestimmt. Das geschieht im Analemma durch 6-Teilung des halben Nachtbogens ΥΣ. Der der dritten Stunde entsprechende Punkt Φ gibt also den Sonnenort im Analemma von Rom.

Nun erfolgt die Rückkehr zur räumlichen Figur dadurch, dass wir den Punkt Φ mit dem bereits bekannten Sonnenort M der Halbkugel identifizieren.

καὶ τῇ ΥΦ περιφερείᾳ ὁμοία κείσθω ἡ ΜΧ· τὸ ἄρα Χ σημεῖον πρὸς τῷ ὁρίζοντι τῷ διὰ Ῥώμης.	Nun werde dem Bogen ΥΦ ähnlich der (Bogen) MX genommen; also ist der Punkt X ein Punkt auf dem Horizont von Rom.

Damit ist also in dem zunächst nur auf Alexandrien bezüglichen Modell bereits ein Punkt des Horizontes von Rom gefunden, nämlich X, der aber gleichzeitig der Sonnenbahn des Beobachtungstages angehört.

[21] Vgl. Anm. 11.

Nun übergehe ich einen kurzen Satz (p. 304, 27), den wir erst an etwas späterer Stelle brauchen werden. Dann folgt:

καὶ τῇ ΥΦΣ περιφερείᾳ ὁμοία κείσθω ἡ ΧΚϛ· ἔσται δὴ τὸ [306] *ϛ ἐπὶ τοῦ μεσημβρινοῦ τοῦ διὰ Ῥώμης· ἀλλὰ καὶ τὸ Ε πόλος τῶν παραλλήλων· γεγράφθω διὰ τῶν Ε, ϛ μέγιστος κύκλος ὁ Εϛ· τοῦτο δὴ ἔσται ὁ εἰρημένος διὰ Ῥώμης μεσημβρινός.*

Und dem Bogen ΥΦΣ ähnlich werde der (Bogen) ΧΚϛ genommen; es wird also ϛ auf dem Meridian von Rom liegen; aber der (Punkt) E ist ein Pol der Parallelkreise; es werde also durch die (Punkte) E, ϛ ein grösster Kreis gezogen, (nämlich) der (Kreis) Eϛ; dies wird der genannte Meridian durch Rom sein.

In diesem Abschnitt wird nun der vollständige halbe Nachtbogen aus dem Analemma in die Halbkugel übertragen. Da sein Endpunkt Σ sowohl dem Tageskreis wie dem Meridian von Rom angehört, ist sein Bildpunkt ϛ in der Halbkugel konstruierbar und damit ein Punkt des Meridians von Rom gefunden. Also kann dieser selbst eingezeichnet werden, da er durch den bekannten Pol E des Aequators gehen muss. Durch die Kenntnis des Meridians von Rom, zu dem ja der Horizont von Rom senkrecht stehen muss, und durch den früher gefundenen Punkt X dieses Horizontes ist seine Lage jetzt eindeutig bestimmt.

Nun fügen wir den eben übergangenen Satz hier ein und gehen dann im Text weiter[22]:

[22] Aus der streng alphabetischen Reihenfolge, in der die Buchstaben nach einander eingeführt werden, folgt, dass der von mir vorgestellte Satz p. 304, 27 tatsächlich dort stand, wo ihn unsere Handschriften haben. Nur für die Diskussion schien es mir bequemer, diese Umstellung vorzunehmen, die einen kleinen Gedankensprung wieder korrigiert.

ἔστω δὲ καὶ ἄξων ἐν τῷ ἀναλήμματι ὁ ΨΩ· καὶ τῇ ΞΩ περιφερείᾳ ὁμοία κείσθω ἡ ⟨A′B′⟩, ἀπὸ δὲ τοῦ ϛ A′ τετραγώνου κείσθω ἡ A′B′· τὸ ἄρα B′ σημεῖον ἔσται τοῦ διὰ Ῥώμης ὁρίζοντος πόλος,

Es sei auch ΨΩ eine Achse des Analemmas; nun werde dem Bogen ΞΩ ähnlich genommen der (Bogen) A′B′; es werde dann (von dem Bogen) ϛA′ der zu einem Quadrat gehörige (Bogen) A′B′ (abgezogen); also wird der Punkt B′ ein Pol des durch Rom gehenden Horizontes sein,

An dieser Stelle ist eine ausführliche Begründung meiner Übersetzung nötig, weil einerseits der Text in Unordnung geraten ist, andererseits Schönes Übersetzung »und (es werde) auf ϛA′ das Viereck HA′B′Z errichtet« von der meinen erheblich abweicht. Zunächst ist zu bemerken, dass Schönes Übersetzung nicht korrekt sein kann, denn die Punkte HA′B′Z liegen gewiss nicht in einer Ebene. Da A′B′ Bildpunkte des Analemmabogens ΨΩ sein sollen, der dem Meridian von Rom angehört, so liegen auch A′B′ auf dem Meridian von Rom. H und Z liegen aber auf dem Meridian von Alexandria; aus diesen vier Punkten lässt sich also kein ebenes Viereck (Rechteck) bilden. Von dem Punkt H ist aber im Text selbst auch nichts zu sehen: dort steht nur der Artikel *ἡ*. Auch Z ist nur eine unrichtige Variante, die Schöne in den Text genommen hat, während im Apparat die Lesart *ἡ* AB steht, was nur in *ἡ* A′B′ ⟨*περιφέρεια*⟩ zu verbessern ist. Nun haben wir noch in der folgenden Phrase das ϛA′ zu entfernen, um in den Worten *ἀπὸ δὲ τοῦ τετραγώνου* eine Wendung zu erkennen, die einen Bogen als zum eingeschriebenen Quadrat gehörig kennzeichnet, d. h. als Bogen von 90°. So sagt z. B. Ptolemäus bei der Beschreibung seines grossen Astrolabes in Almagest Buch V Kap. I[23] *ἐφ' οὗ λάβοντες ἀπὸ τῆς τοῦ τετραγώνου πλευρᾶς* .... was Pappus[24] durch *τουτέστιν* .... *τὰ* ϛ *μοῖρα ἀπέχοντα σημεῖα* .... kommentiert. In seiner Collectio Buch VI verwendet Pappus (übrigens wieder bei der Diskussion sphärischer Sätze) selbst mehrfach diese oder eine analoge Wendung (oft nur *τετραγώνου*)[25]. Ein Kopist unseres Textes hat diese Abkürzung aber nicht mehr verstanden und das ϛA′ eingeschaltet.

Wir müssen nun zur sachlichen Interpretation zurückkehren. Wie der Schlusssatz zeigt, wird B′ ein Pol des Horizonts von Rom. Also hat Ω im Analemma von Rom die in Fig. 4 gezeichnete Lage[26]; ΞΩ ist dann ein rechter Winkel. Wenn also der Bogen A′B′ dem Bogen ΞΩ ähnlich gemacht werden soll, so ist auch A′B′ = 90° und dies ist es, was wir gerade durch unsere Diskussion des Textwortlautes erwarten mussten. A′ ist also der Schnittpunkt des Meridians von Rom mit dem Horizont von Rom. Den Meridian von Rom haben wir schon als Grosskreis ϛE im vorigen Abschnitt konstruieren können (vgl. S. 13). Also müssen wir nur aus dem Analemma von Rom den Bogen ΣΞ entnehmen, ihn als ϛA′ in die Halbkugel eintragen, um den Nordpunkt A′ des Horizonts von Rom zu erhalten, und von da an wieder um 90° auf dem Meridian zurückgehen, um den Nadir B′ von Rom zu erhalten. Dies war

[23] Heib. p. 351, 19. Ähnlich auch z. B. Theodosius, Sphärik, Buch I Satz 16 und 17, ed. Heiberg p. 28 und 30.

[24] In Almag. ed. Rome p. 7, 9.

[25] Vgl. Hultsch, Index zu Pappus Collectio p. 111 b/112 a, sowie vol. II p. 508. Apparat zu Zeile 2. S. a. unten S. 19.

[26] Heron nennt p. 304, 27 die Vertikale ΨΩ zum Horizont »eine Achse«. Vitruv p. 216, 23 f. bezeichnet scheinbar nur die zum Aequator senkrechten Durchmesser als Achse (s. o. S. 5).

wohl im ursprünglichen Text durch eine mit *ἀπὸ* .... eingeleitete Phrase ausgedrückt, die dann ein Kopist mit dem ihm unbekannten Terminus *ἀπὸ τοῦ τετραγώνου* zusammenwarf.

Nun gilt weiter:

ἀλλὰ καὶ τὸ Z τοῦ δι' Ἀλεξανδρείας. γεγράφθω οὖν διὰ τῶν B'Z μεγίστου κύκλου περιφέρεια ἡ B'Z καὶ ἐξητάσθω πόσων γίνεται μοιρῶν πρὸς τὸν ABΓΔ κύκλον.

aber der (Punkt) Z ist (ein Pol) des (Horizontes) durch Alexandria. Es werde also durch die (Punkte) B'Z der Bogen eines grössten Kreises gezeichnet (nämlich) der (Bogen) B'Z und nachgesehen, wieviele Grade er im Verhältnis zu dem Kreise ABΓΔ ausmacht.

Mit der Bestimmung der Lage des Pols B' des Horizontes von Rom in der Halbkugel ist unsere Aufgabe gelöst; denn der Pol Z des Horizontes von Alexandria ist bereits bekannt, so dass man den Bogen B'Z nun direkt ausmessen kann. Also schliesst Heron mit den Worten: »Nehmen wir an (die Länge des Bogens B'Z) werde zu 20 Graden (*μοιρῶν κ*) gefunden. Es wird also der auf der Erde zwischen Rom und Alexandria liegende (Bogen) 20 solcher Grade betragen, von denen der Grosskreis 360 Grade enthält. Ein solcher Grad auf der Erde (*ἡ μία μοῖρα τῶν ἐν τῇ γῇ*) beträgt nun 700 Stadien, sofern der gesamte Umfang 252000 Stadien beträgt. Die 20 Grade machen also 14000 (Stadien) aus. Auf soviele Stadien werden wir daher die Grösse des genannten Weges angeben«. Damit ist die Distanzbestimmung Alexandria—Rom erledigt.

Es folgen noch fünf offenbar korrupte Zeilen, deren Sinn es ist, eine Modifikation des geschilderten Verfahrens anzugeben, falls die beiden Orte eine andere Lage als bisher angenommen zueinander haben.

ἐὰν δὲ τὸ A′ σημεῖον ὑπερπίπτῃ τοῦ ⟨. . . . .⟩.	Wenn aber der Punkt A′ über . . . . hinausfällt.

Zunächst folgt aus der Nennung von A′, dass es sich um die räumliche Halbkugelfigur handeln muss. In der Tat kann dort unsere Konstruktion undurchführbar werden, wenn der Punkt A′ *über* den Horizont von Alexandria zu liegen kommt, was z. B. eintreten würde, wenn man einen Ort mit grösserer geographischer Breite aber östlich von Alexandria an Stelle von Rom wählen würde. Man wird also etwa folgendes in die Lücke einsetzen dürfen: »Wenn aber der Punkt A′ über den Rand der Halbkugel hinausfällt, so sei . . . .«.

Der nächste erhaltene Satz ist

τῆς ὑπερπιπτούσης περιφερείας ἣν θήσομεν τὴν Γ.	. . . von dem Bogen über den (A′) hinausfällt und den wir als den (Bogen) Γ . . . annehmen werden.

Dass der Punkt Γ nicht allein einen Bogen charakterisieren kann, ist klar. Fig. 3 bzw. Fig. 5 legt nahe, etwa ΓΔ zu ergänzen, d. h. anzunehmen, dass der mit Alexandria zu vergleichende Ort zwar westlich von Alexandria aber südlicher als dieses liegt. Nun kommt die Lösungsvorschrift für diesen Ausnahmefall:

καὶ ἔσται τὸ Β τε διάμετρον τῷ ὑπερπίπτοντι σημείῳ. πάλιν οὖν τετραγώνου θέντες τὴν ΣΒ ἕξομεν τὸ Β σημεῖον.

Nun wird der (Punkt) B diametral zu dem hinausfallenden Punkt sein. Wieder werden wir den (Bogen) ΣB (als) zu einem Quadrat (gehörig) annehmen und werden so den (Punkt) B erhalten.

Da der Pol des Horizontes des zweiten Ortes B′ und nicht B heisst, ist klar, dass mindestens an letzter Stelle B in B′ zu verbessern ist. Ferner ist Σ ein Punkt des Analemmas, B oder B′ aber ein Punkt der räumlichen Figur; also kann nicht Σ mit B oder B′ kombiniert erscheinen. Nun ist aber Σ leicht als Schreibfehler für ϛ erklärlich, wenn die ursprüngliche Handschrift im Text oder in den Figuren kleine Buchstaben hatte, denn dann ist ϛ und ς leicht zu verwechseln und grosses ς ist Σ. In der Tat zeigt der Apparat zu p. 306, 5, dass eine Handschrift an einer andern Stelle genau diesen Fehler aufweist, nämlich ΣA statt des richtigen ϛA′. Schliesslich kann in der ersten Zeile weder B noch B′ richtig sein, denn keiner dieser Punkte kann Diametralpunkt zu A′ sein. In der Reihenfolge der gebrauchten Buchstaben käme jetzt Γ′ an die Reihe. Vermutlich war die Vorlage hier beschädigt und der Kopist hat die Buchstaben B, Γ, B′ und Γ′ nicht richtig einsetzen können.

Sachlich ist klar, was gemeint ist: fällt A′ *über* den Horizont des ersten Ortes, für den die Halbkugel konstruiert wird, so betrachte man den Diametralpunkt Γ′ von A′, dem im Analemma (vgl. Fig. 4) der Punkt N entspricht. Der Bogen ΣN des Analemmas ist wieder als Bogen ϛΓ′ in die Halbkugel eintragbar. Von Γ′ hat man schliesslich wieder nur um einen rechten Winkel weiterzugehen (kurz als *τετραγώνου* bezeichnet — s. o. S. 14 f.), um den Pol B′ des Horizontes des zweiten Ortes zu finden.

Der letzte Abschnitt wird also ungefähr folgendermassen frei zu rekonstruiren sein: »Wenn aber der Punkt A′ über ⟨den Rand der Halbkugel⟩ hinausfällt, ⟨so betrachten wir den Teil⟩ des Bogens über den A′ hinausfällt, also etwa den Bogen Γ⟨Δ⟩. Es sei ⟨Γ′⟩ diametral zu dem hinausfallenden Punkt ⟨A′⟩. Wir werden dann wieder den Bogen ϛ⟨Γ′ eintragen und den Winkel Γ′⟩B′ ⟨als⟩ zu einem Quadrat ⟨gehörig⟩ annehmen und werden so den Punkt B′ erhalten«.

Damit sind wir vermutlich an das Ende des ganzen Werkes gelangt. Was in unseren Ausgaben noch folgt, ist zunächst ein überhaupt nicht zur Dioptrik gehöriger Abschnitt, nämlich der Anfang von Herons »Mechanik«[27] und dann ein Fragment einer Beschreibung eines Distanzmessers für Schiffe, das offenbar an das Ende der Schilderung mechanischer Entfernungsbestimmungen gehört, die unserm Kapitel vorangeht. So ist es verständlich, dass der gerade am Rollenende stehende Abschnitt besonders mitgenommen ist. Die den Schluss bildenden Figuren[28] sind ganz verschwunden.

4. Wir haben hiermit die Heronsche Schilderung einer geographischen Distanzbestimmung vollständig besprochen. Zum Schluss sei nur kurz der Kern des Verfahrens nochmals hervorgehoben. Heute würde man einfach sagen: es ist gleichwertig der Markierung von Länge und Breite der beiden Orte auf einem Globus und Bestimmung des Bogenabstandes der beiden Punkte in Graden (etwa durch Span-

[27] Darauf wies schon Schöne p. 307 ad 22 hin.

[28] Über die Stellung der Figuren in den Handschriften vgl. z. B. Rome in seiner Edition des Pappus-Kommentars zu Almag. V und VI p. XX.

nen eines Fadens). Kennt man ausserdem die Länge *eines* Grades auf der Erde, so ist damit auch die Grösse des kürzesten Abstandes bestimmt.

Herons Verfahren unterscheidet sich von dem genannten nur dadurch, dass er den Bogen zwischen den *Polen* der Horizonte der beiden Orte misst, der dem Bogen zwischen den Orten selbst kongruent ist. *Dies hat seinen Grund darin, dass er nicht über Ortsangaben in geographischer Länge und Breite verfügt,* sondern dass er nur folgende Angaben kennt: erstens die Aequinoktial-Mittagsschattenlänge beider Orte und zweitens die Differenz der Ortszeiten, bestimmt aus einer simultan beobachteten Mondfinsternis. Mit Hilfe der »Analemma«-Konstruktion kann er nun unmittelbar die Lage der beiden Horizonte gegen den Aequator bestimmen (aequivalent der geogr. Breite), während ihm Beobachtungsdatum und »Monatskreis« am Analemma auch noch die Kenntnis des Sonnenortes und der Länge der lokalen Nachtstunden vermittelt. Dies reicht dann gerade aus, um die Lage der beiden Horizonte gegeneinander zu fixieren, womit auch die Lage ihrer Pole bestimmt ist. So gelingt also die Abstandsbestimmung ohne explizite Kenntnis der geographischen Koordinaten der beiden Orte.

Die eigentliche Schwierigkeit der Aufgabe liegt also gar nicht in der Distanzbestimmung zwischen Punkten einer Kugel, sondern in der Umformung der Bestimmungstücke zur Charakterisierung der Ortslagen durch Schattenlängen und Differenz der Ortszeiten in geometrisch zugängliche Grössen. Dieses Kapitel der Heronschen Dioptra ist ein besonders eindrucksvolles Beispiel für die Überlegenheit rationeller Koordinaten über ein System von Bestimmungstücken, das der ältesten mathematischen Geographie sicherlich als das natürlichste erschienen sein wird.

Anhang. Zur Datierung Herons. Bekanntlich gehört die Frage nach der Lebenszeit Herons zu den meist umstrittenen Problemen in der Chronologie der antiken Mathematiker und Astronomen[29]. Da Heron mehrfach Archimedes zitiert, selbst aber von Pappus zitiert wird, so muss er zwischen —200 und +300 gelebt haben. Die obere Schranke ist dabei zweifellos viel zu hoch, denn Pappus rechnet ihn bereits zu »den alten« Mathematikern[30]. In neuerer Zeit erfreut sich wohl die Ansicht grösster Beliebtheit, nach der Heron *nach* Ptolemäus, d. h. nach +150 anzusetzen ist, so Hammer-Jensen[31] um +200, oder Stein[32], der den Abschluss von Herons »Definitiones« auf +187/188 ansetzt, weil sich in der Dedication dieser Schrift die Anrede *Διονύσιε λαμπρότατε* findet, eine Titulatur, die einem Praefecten Aegyptens zustehen könnte, der 187/188 im Amte war[33].

[29] Für die Literatur bis 1912 vgl. Tittel [1]. Warum Tittel an der Echtheit des Kap. 35 der Dioptra zweifelt (l. c. Sp. 1057: »selbst wenn das ganze Kapitel über die Erdmessung Dioptra 35 von ihm herrühren sollte«), ist mir ganz unverständlich, denn es ist völlig richtig, wenn Heron Dioptra p. 302, 8 ff. sagt »denn es ist nötig, dass auch hierfür (falls die vorher geschilderten Methoden unanwendbar werden) eine Methode da ist, damit der Gegenstand von uns vollständig behandelt sei«; vgl. auch oben S. 3.

[30] Stellennachweise s. Tittel [1] Sp. 996.

[31] Hammer-Jensen [1] und [2]. Ihr Ansatz beruht u. a. auch auf dem Argument, dass die Heronschen Diopter vollkommener gewesen seien, als die Instrumente des Ptolemäus — was ich nicht einsehen kann, da die letzteren genau den astronomischen Bedürfnissen angepasst sind durch Drehbarkeit in den für die astronomische Ortsbestimmung wesentlichen Ebenen, während Herons Instrument darauf keinerlei Rücksicht nimmt. Wenn sie dagegen [1] S. 225 Herons Distanzbestimmung als »einen Gegenstand, den er nicht beherrscht« bezeichnet, so beruht dieses Urteil nur darauf, dass sie selbst Herons völlig korrekter Darstellung nicht folgen konnte.

[32] Stein [1].

[33] Zu den Anhängern dieses Ansatzes gehörte auch Heiberg (Hdb. d. Altertumswiss. Bd. V 1, 2 S. 37 Anm. 4). Seine Bemerkung »Nur so ... ist seine Berücksichtigung der Stadt Rom ... erklärlich« verstehe ich

Ohne dass ich auf die Einzelheiten der verschiedenen Argumente eingehen möchte, scheint mir doch der Hinweis angebracht, dass sich aus den hier nachgewiesenen Tatsachen aus Dioptra Kap. 35 erhebliche Gründe *gegen* einen Ansatz nach Ptolemäus ableiten lassen. In Dioptra 35 benutzt nämlich Heron gewiss nicht die »Geographie« des Ptolemäus, denn sonst würde er die Lage von Alexandria und Rom durch geographische Länge und Breite fixieren und nicht durch Schattenlänge und Zeitdifferenz bzw. durch die Lage der Nadire. Ferner setzt er die Zeitdifferenz Alexandria—Rom zu 2 Stunden an[34], wofür die »Geographie« (Buch VIII, Kap. 8, § 3) $1;37,30^h$ angibt, der Almagest ungefähr nur $1;20^h$ (richtig wäre $1;10^h$)[35]. Man kann natürlich einwenden, dass Heron nicht verpflichtet war, in seiner doch nur an ein weiteres Publikum von Geodäten gerichteten Schrift bereits die modernsten Begriffsbildungen der mathematischen Geographie auseinanderzusetzen; aber dann hätte er seinen Lesern noch viel weniger die Beherrschung der ganzen Analemma-Konstruktion zutrauen dürfen, wie er es tatsächlich tut. Unter den vielen Argumenten für einen relativ späten Ansatz Herons scheint mir das, dass er nirgends von Vitruv zitiert wird, trotz mehrfacher Gelegenheit und Hinweisen auf andere Autoren wie Ktesibios und Philon[36], das beweiskräftigste zu sein. Mir würde also eine Eingrenzung auf die Zeit von 0 bis 150 als plausibel und gut verträglich mit dem Inhalt von Dioptra Kap. 35 erscheinen.

nicht, da man doch schon lange genug in Alexandria allen Grund hatte, die Existens von Rom zur Kenntnis zu nehmen.

[34] Da sein Beobachtungstag nur 10 Tage vor dem Aequinoctium liegt, ist der Unterschied zwischen temporären Stunden und Aequinoctialstunden bereits zu vernachlässigen.

[35] Vgl. für diese verschiedenen Angaben Schnabel [1] S. 218.

[36] Vgl. Tittel [1] Sp. 999.

Man könnte versucht sein, noch weiter zu schliessen und die Finsternisangabe aus den Dioptra zur Datierung zu verwenden, indem man annimmt, dass Heron als Beispiel eine damals gerade eingetretene Finsternis benutzt habe. Dafür liesse sich anführen, dass das benutzte Datum, 10 Tage vor dem Frühjahrsaequinoctium, für die Deutlichkeit der Konstruktion denkbar ungünstig gewählt ist, denn in solcher Nähe vom Aequinoctium sind Sonnenbahn und Aequator praktisch kaum mehr zu unterscheiden[37]. Eine tatsächlich eingetretene Finsternis, die noch in der Erinnerung der Leser stand, würde aber eine solche Wahl verständlich machen. Andererseits ist zu betonen, dass Heron selbst nichts davon sagt[38]. Lässt man aber eine solche Möglichkeit gelten und überprüft man alle Mondfinsternisse, die in Alexandria zwischen -200 und $+300$ sichtbar waren, so passt nur eine *einzige* zu dem angegebenen Datum (13. März jul.), nämlich die vom Jahre 62 n. Chr., während alle andern mit Sicherheit auszuschliessen sind. Diese Finsternis passt aber ausserdem genau zu Herons Zeitangabe; sie begann[39] $20;51^h$ Weltzeit, erreichte $22;21^h$ ihr Maximum mit einer Verdunklung von $\frac{3}{4}$ der Mondscheibe und endete um $23;51^h$. Da Alexandria 2 Stunden östlich von Greenwich liegt, so ist Herons 5-te Stunde der Nacht in Alexandria oder 23^h Ortszeit gerade gleich 21^h Weltzeit und dies ist praktisch genau der Anfang der Verfinsterung, die in Alexandria ausgezeichnet verfolgbar war, da der Mond mitten am Himmel stand, als der Schatten am grössten war.

[37] Vgl. o. S. 9 Anm. 19.

[38] Unlängst hat mit Erfolg A. Rome in ähnlicher Weise aus einem Beispiel in Pappus' Almagestkommentar diese Schrift näher zu datieren unternommen. A. Rome, Commentaires de Pappus et de Théon d'Alexandrie sur l'Almagest, Rom, 1931, p. X ff.

[39] Oppolzer, Canon S. 344 Nr. 1960 oder Ginzel, Spezieller Kanon S. 147 Nr. 1037.

Es ist klar, dass es auf einem reinen Zufall beruhen kann, dass Herons Angaben so ausgezeichnet mit der Finsternis vom 13. März 62 übereinstimmen und dass es ebenso auf seiner Laune beruhen kann, dass er die Ptolemäische Geographie ignorierte. Das einzige, was mir sicher scheint, ist, dass auch die andern Argumente, die für eine bestimmte Datierung Herons vorgebracht worden sind, mindestens ebenso schwach sind. Ich glaube also, dass man Heron entweder an das Ende des ersten Jahrhunderts n. Chr. setzen muss oder alle Daten zwischen etwa −100 und +200 als gleichwahrscheinlich ansehen kann.

Korrekturzusatz. Leider erst nach Abschluss der Korrekturen erhalte ich durch freundliche Vermittlung von Prof. A. Rome Kenntnis von dessen Arbeit »Le problème de la distance entre deux villes dans la Dioptra de Héron« [Ann. de la Soc. sci. de Bruxelles, t. **42** (1923), Mémoires p. 234—258], in der er bereits dieselbe Erklärung des Kap. 35 der Dioptra gibt, wie ich hier, so dass also das Ergebnis des Hauptteils der vorangehenden Untersuchung nicht neu ist. Zur Entschuldigung dieses Versehens kann ich nur anführen, dass ich Prof. Romes Arbeit auch sonst nirgends in der einschlägigen Literatur zitiert gefunden habe (z. B., soweit sich dies mit Sicherheit feststellen lässt, auch nirgends in den Nachträgen der Real-Enzyklopädie).

LITERATURVERZEICHNIS

Dioptra: s. Heron.

DRECKER [1]: J. DRECKER, Theorie der Sonnenuhren, Berlin—Leipzig, De Gruyter, 1925 (= E. v. BASSERMANN-JORDAN, Die Geschichte der Zeitmessung und der Uhren, Bd. 1, E).

Euklid, Phänomena: Euclidis opera omnia vol. VIII ed. Heiberg, Leipzig, Teubner, 1916 (Bibl. Teubneriana Nr. 1314).

HAMMER-JENSEN [1]: I. HAMMER-JENSEN, Ptolemaios und Heron, Hermes **48** (1913) S. 224 ff.

HAMMER-JENSEN [2]: I. HAMMER-JENSEN, Die Heronische Frage, Hermes **63** (1928) S. 34 ff.

Heron, Dioptra: Heronis Alexandrini opera quae supersunt omnia, vol. III ed. Schöne, Leipzig, Teubner, 1903 (Bibl. Teubneriana Nr. 1415).

LUCKEY [1]: P. LUCKEY, Das Analemma von Ptolemäus, Astronomische Nachrichten **230** (Nr. 5498) Sp. 17 ff. (1927).

LUCKEY [2]: P. LUCKEY, Tābit b. Qurra's Buch über die ebenen Sonnenuhren, QS B **4**, S. 95 ff. (1937).

Pappus, Coll.: Pappi Alexandrini collectionis quae supersunt ed. Hultsch, Berlin, Weidmann 1876 bis 1878.

Pappus, in Almag.: Commentaires de Pappus et de Théon d'Alexandrie sur l'Almageste. Tome I. Pappus d'Alexandrie, Commentaire sur les livres 5 et 6 de l'Almageste, ed. Rome, Rom, Bibl. Apost. Vaticana, 1931 (= Studi e Testi **54**).

Proclus, Hypotyp.: Procli Diadochi hypotyposis astronomicarum positionum, ed. Manitius, Leipzig, Teubner, 1909 (Bibl. Teubneriana Nr. 1732).

Ptolemaeus, opera: Claudii Ptolemaei opera quae extant omnia ed. Heiberg, Leipzig, Teubner, 1898 ff. (Bibl. Teubneriana Nr. 1743 bis 1745).

QS B: Quellen und Studien zur Geschichte der Mathematik, Astronomie und Physik, Abt. B Studien, Berlin, Springer.

RE: Real-Enzyklopädie der classischen Altertumswissenschaften, herausg. v. Pauly — Wissowa — Kroll.

RODE: s. Vitruv.

SCHNABEL [1]: P. SCHNABEL, Die Entstehungsgeschichte des kartographischen Erdbildes des Klaudios Ptolemaios, Sitzungsber. Preuss. Akad. Wiss., phil.-hist. Kl. 1930, S. 214 ff.

STEIN [1]: A. STEIN, Zur genaueren Zeitbestimmung Herons von Alexandria, Hermes **49** (1914), S. 154 ff.

Theodosius, De hab.: Theodosii de habitationibus liber, ed. Fecht, Berlin, Weidmann, 1927 (= Abh. Ges. Wiss. Göttingen, Phil.-hist. Kl. NF **19**, 4).

Theodosius, Sphärik: Theodosius [Tripolites] Sphaerica, ed. Heiberg, Berlin, Weidmann, 1927 (= Abh. Ges. Wiss. Göttingen, Phil.-hist. Kl. NF **19**, 3).

Tittel [1]: Artikel »Heron von Alexandria« RE **8**, Sp. 992 ff. (1912).

VITRUV: Vitruvii de architectura libri decem, ed. Krohn, Leipzig, Teubner, 1912 (Bibl. Teubneriana Nr. 1883). [Deutsche Übersetzung:] A. RODE, Des Marcus Vitruvius Pollio Baukunst, Leipzig, Göschen, 1796.

Forelagt paa Mødet den 11. Marts 1938.
Færdig fra Trykkeriet den 19. Maj 1938.

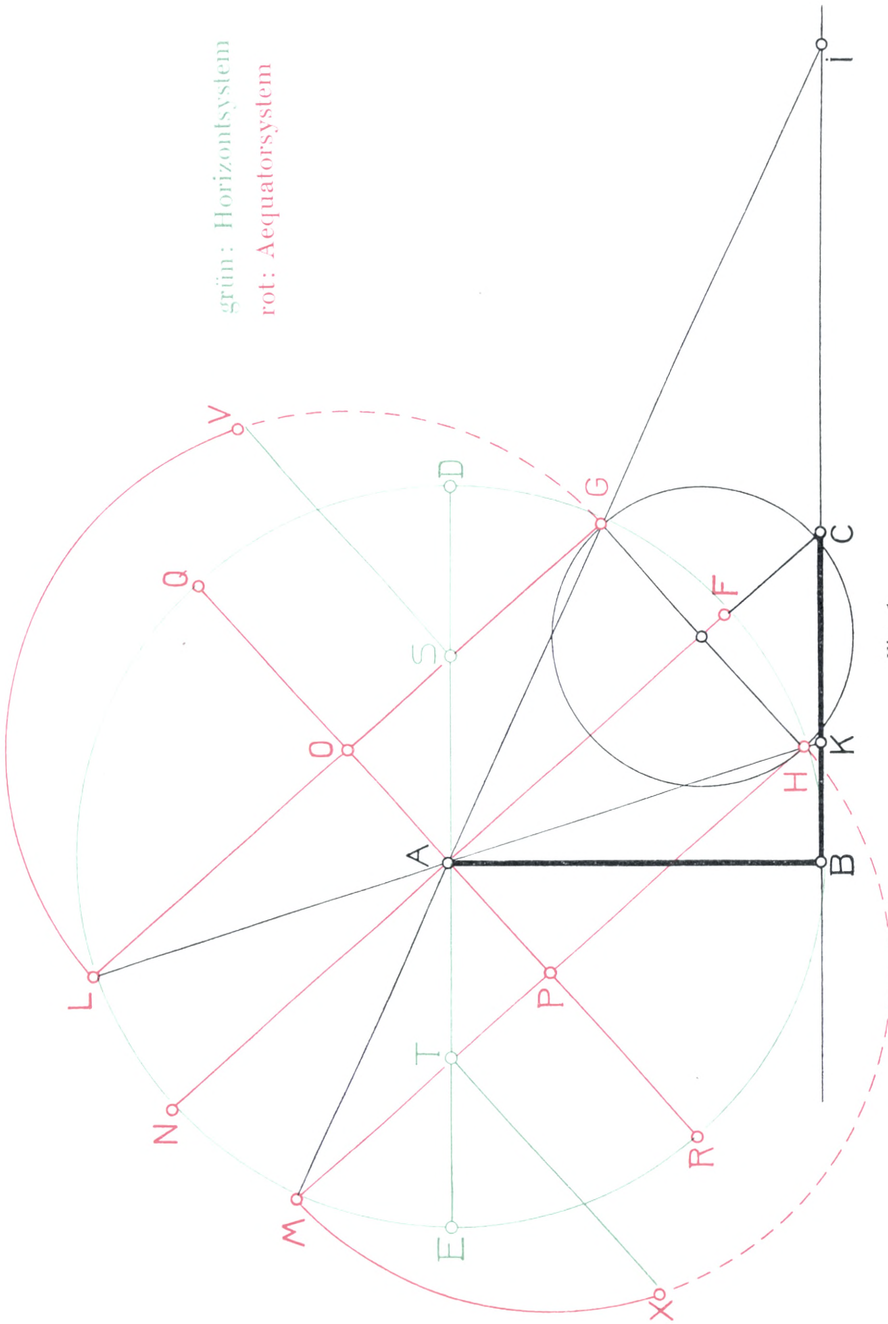
grün: Horizontsystem
rot: Aequatorsystem
A
B
C
D
E
F
G
H
I
K
L
M
N
O
P
Q
R
S
T
V
X

Fig. 1.

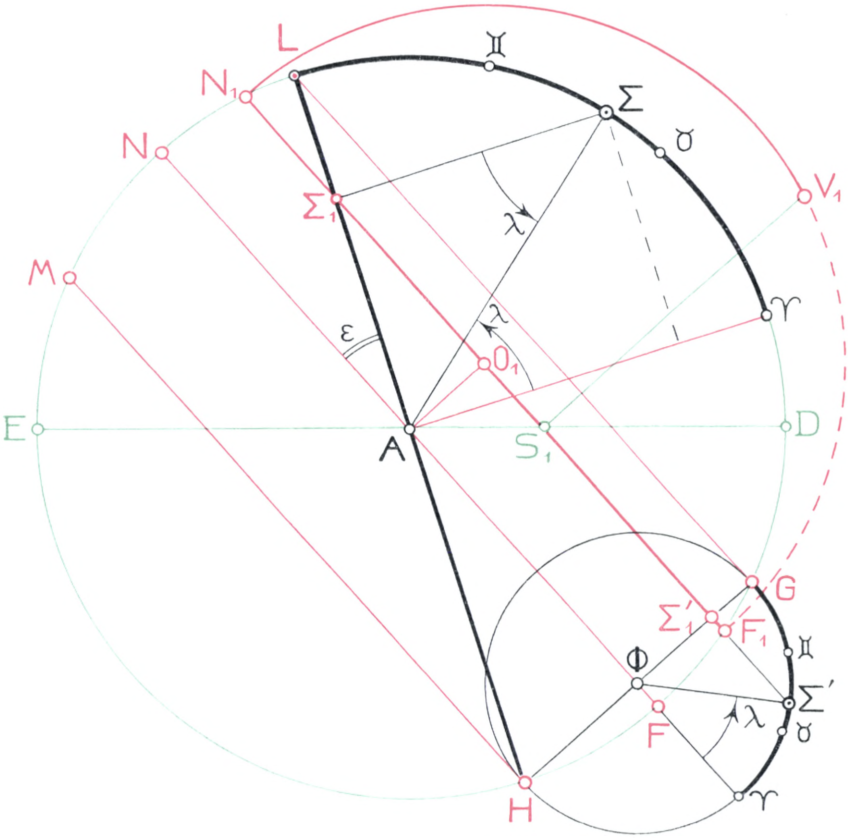

Fig. 2.

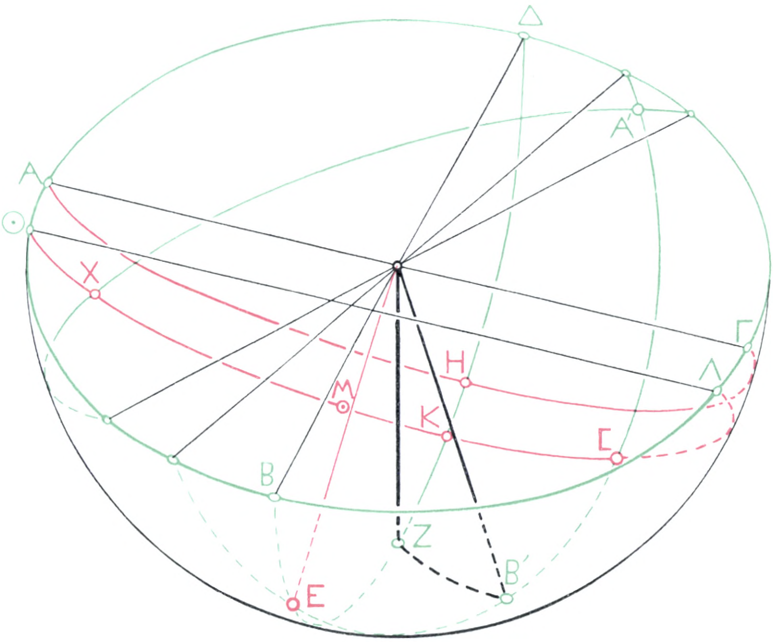

Fig. 3.

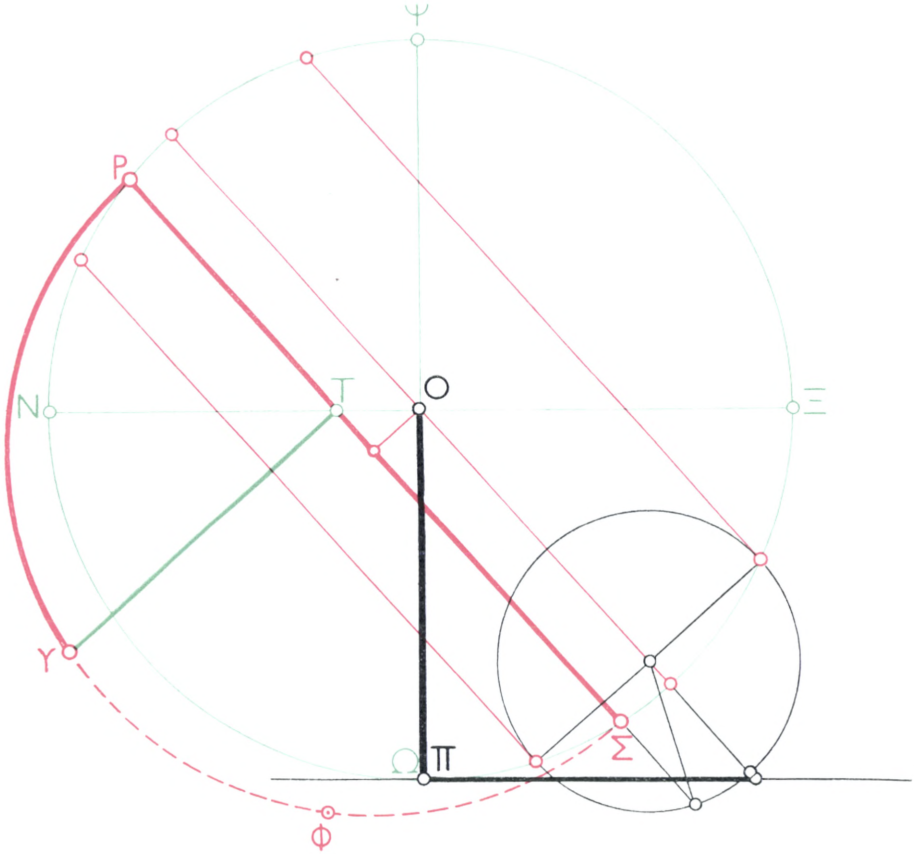

Fig. 4.

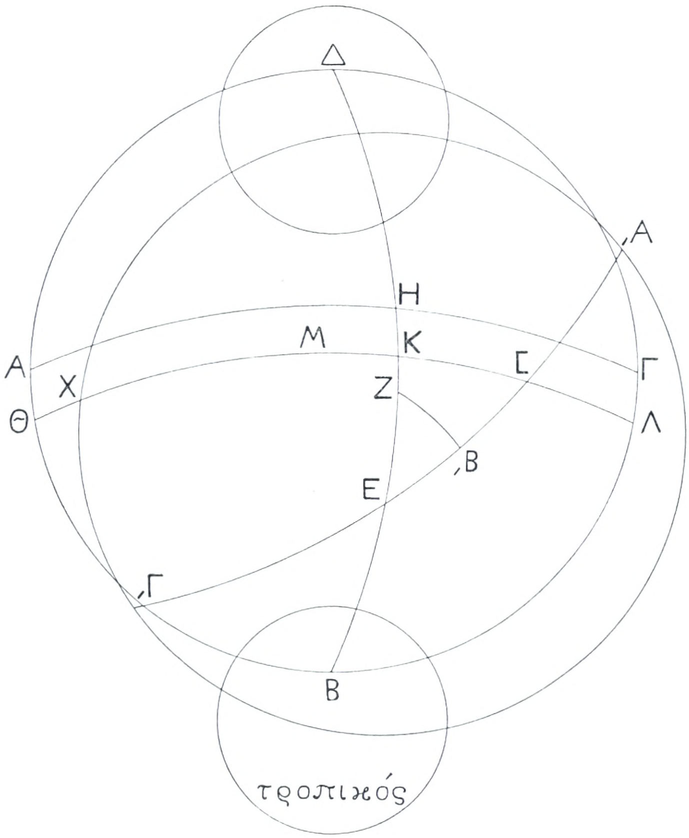

Fig. 5.